

ЛУГАНСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ
ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Завдання

II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики - 2015

6 клас

1. Обчисліть значення виразу $\frac{36}{5 \cdot 7} - \frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 7} - \frac{1}{6 \cdot 7 \cdot 8} - \frac{1}{6 \cdot 8}$
2. У школі відбулися три олімпіади. З'ясувалося, що в кожній з них брали участь по 50 школярів. При цьому 60 учнів приходили тільки на одну олімпіаду, а 30 учнів – рівно на дві. Скільки учнів брали участь в усіх трьох олімпіадах?
3. Електронний годинник показує час від 00.00.00 до 23.59.59. Протягом якого часу за добу на табло такого годинника висвічуються рівно чотири цифри 3?
4. В конюшні царя було троє коней: чорний, сивий і рябий. Гриви в них – біла, срібна і золота, а попони – червона, синя і зелена. Попона у сивого коня не червона, а у рябого – не синя. Кінь з зеленою попоною - білогривий, а в коня з червоною попоною грива не срібна, а в першого коня не золота. Яка грива і яка попона у кожного коня?
5. Три цифри п'ятицифрового числа одиниці. Відомо, що це число ділиться на 72. Знайдіть всі такі п'ятицифрові числа.

7 клас

1. На дорозі між двома гірськими селами горизонтальних ділянок немає. Автобус вгору їде зі швидкістю 15 км/год, а вниз – 30 км/год. Яку відстань між селами, якщо відомо, що шлях туди і назад автобус проїздить за 4 години?
2. У сьомому класі кожна дівчинка дружить з трьома хлопчиками, а кожен хлопчик – із двома дівчатками. У цьому класі 19 парт, і 30 його учнів займаються в спортивних секціях. Скільки в класі хлопчиків і скільки було дівчаток, якщо Катерина не займається спортом?
3. Знайдіть усі такі двоцифрові числа n , що сума цифр числа nu п'ять разів менша від самого числа n .
4. Розв'яжіть рівняння $|x| = \frac{x}{2} + 2015$.
5. З вершини певного кута MNK проведено промінь NL, який перпендикулярний до бісектриси цього кута. Знайдіть кути, які утворює промінь NL зі сторонами кута MNK, якщо кут MNK = 88°.

8 клас

1. Садівник повинен протягом трьох днів посадити 10 дерев. Скількома способами він може розподілити за днями свою роботу, якщо буде висаджувати не менше одного дерева в день?
2. Мама дала Іванку грошей на 30 олівців. Виявилось, що в магазині проходила рекламна акція: в обмін на товарний чек про купівлю набору з 20 олівців магазин повертає 25% вартості набору, а в обмін на товарний чек про купівлю набору з 5 олівців – 10%. Яку найбільшу кількість олівців може принести додому Іванко?
3. У прямокутному трикутнику катет завдовжки 12 см прилягає до кута 30°. Знайдіть довжину бісектриси другого гострого кута трикутника.
4. Побудувати графік функції $y = \frac{|x-2|}{x-2} + \frac{|x-3|}{x-3}$
5. Порівняйте $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2015}{2016!}$ і 1. ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$)

9 клас

1. Розв'язати рівняння $|2015x - 1| = |x - 2015|$.
2. Шкільний Клуб Любителів Яблук складається із 58 учнів. На черговезасіданні кожний хлопчик приніс 15 яблук і роздав їх дівчаткам, а кожна дівчинка принесла 14 яблук і роздала їх хлопчикам. З'ясувалося, що усі хлопчики, які є членами клубу, одержали

- порівняв брук і усідівчатка, які є членами клубу, - також (можливо й іншукількість). Скільки серед членів шкільного клубу хлопчиків і скільки дівчаток? Наведіть усі можливі відповіді і доведіть, що інших немає.
- Дві висоти ромба, проведені з вершин його тупих кутів, перетинаються і точкою перетину поділяються у відношенні 1 : 2. Визначити кути ромба.
 - Спростити вираз
$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}} \cdot (\sqrt{9} + \sqrt{18})$$
 - Знайти три цілих числа, кожне з яких на 31 менше добутку двох інших.

10 Клас

- У перший квадрат вписано перше коло, у коло вписано другий квадрат і в нього – друге коло і т.д. Знайти відношення площі першого квадрата до площі 2015.
- Ціна квитка на стадіон була 200 грн. Після зниження цін на квитки, кількість глядачів на стадіоні збільшилася на 50%, а виручка з проданих квитків збільшилася на 14%. Скільки став коштувати квиток на стадіон після зниження ціни?
- Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} x + (y - 2)^{2016} = z, \\ y + (z - 2)^{2016} = x, \\ z + (x - 2)^{2016} = y. \end{cases}$$
- Знайдіть всі такі значення a , при яких сума квадратів коренів рівняння $X^2 + (2 - a)X - a - 3 = 0$ буде найменшою.
- Скільки розв'язків має рівняння $\frac{2}{|1-x| + |x+1|} = a$ залежновід параметра a .

11 Клас

- На вступних екзаменах в університет учень повинен відповісти на 80% питань правильно. Дмитро опрацював 15 питань. Він упевнений, що на 10 з них відповів правильно. Якщо Дмитро відповість правильно на всі питання, що залишилися у тесті, він пройде тест рівно на 80%. Скільки питань у тесті?
- На розпродажі жуків одного жука продавали за 1 грн. При цьому до кожних десяти куплених жуків один давався безкоштовно, а за кожну сотню оплачених жуків іще дарували 5. Заплативши всі свої гроші, Олена отримала 200 жуків. Скільки в неї було грошей?
- Розв'яжіть рівняння $1 + \cos(x - 1) = \frac{x^2 + 1}{x}$, де $x > 0$
- Обчисліть суму $\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$, якщо $x+yz = 1$.
- Знайдіть площу фігури, заданої системою нерівностей
$$\begin{cases} |x| + |y| \leq 1, \\ x^2 + y^2 + 2y \leq 0. \end{cases}$$